



آکادمی آنلاین تیزلاین قوی ترین پلتفرم آموزشی تیز هوشان

برگزار کننده کلاس های آنلاین و حضوری تیز هوشان ✓

و المپیاد از پایه چهارم تا دوازدهم

آزمون های آنلاین و حضوری ✓

مشاوره تخصصی ✓

با اسکن QR کد روبرو
وارد صفحه اینستاگرام
آکادمی تیزلاین شو و از
محتوای آموزشی
رایگان لذت ببر



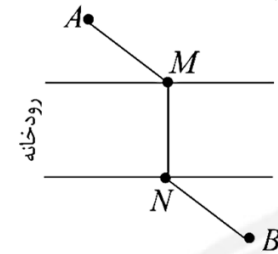
برای ورود به صفحه اصلی سایت آکادمی تیزلاین کلیک کنید

برای دانلود دفترچه آزمون های مختلف برای هر پایه کلیک کنید

برای مطالعه مقالات بروز آکادمی تیزلاین کلیک کنید

ردیف	سوالات صفحه اول (استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است)	نمره
۱	<p>جاهای خالی را تکمیل کنید.</p> <p>الف) مساحت قطاع 30° از دایره ای به شعاع 4cm برابر سانتی متر مربع است.</p> <p>ب) با توجه به شکل مقابل $AC = 7$ و $BM = 3$. محیط مثلث ABC برابر است.</p> <p>پ) نتیجه حاصل از دو بازتاب متوالی با محورهای بازتاب موازی، یک تبدیل است.</p> <p>ت) در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k، اگر باشد؛ تصویر شکل، بزرگ تر می شود و آن را انبساط می نامیم.</p>	۱
۲	<p>درستی یا نادرستی گزاره های زیر را معلوم کنید.</p> <p>الف) هر چندضلعی منتظم، هم محیطی و هم محاطی است.</p> <p>ب) عمود منصف هر وتر دایره، از مرکز آن دایره می گذرد.</p> <p>پ) تبدیل بازتاب، هیچ گاه نمی تواند یک تبدیل همانی باشد.</p> <p>ت) مساحت هر متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آن دو ضلع.</p>	۱
۳	<p>در یک دایره وتر AB و قطر CD برهم عمودند. ثابت کنید قطر CD، وتر AB و کمان AB را نصف می کند.</p>	۱/۵
۴	<p>در شکل مقابل AD قطر دایره است. ثابت کنید: «زاویه محاطی DAB نصف کمان \widehat{BD} است»</p>	۱
۵	<p>هرگاه از نقطه M خارج دایره $C(O, R)$ دو مماس بر دایره رسم کنیم T و T' نقاط تماس باشند، ثابت کنید:</p> <p>الف) اندازه های دو مماس با هم برابرند.</p> <p>ب) OM نیمساز $\widehat{TMT'}$ است.</p>	۱
۶	<p>ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.</p>	۱
۷	<p>مساحت ناحیه محدود بین دایره محیطی و دایره محاطی یک شش ضلعی منتظم به ضلع 10 سانتی متر را محاسبه کنید.</p>	۱
۸	<p>در شکل مقابل مقادیر x، y و z را بیابید.</p> <p>($\widehat{TA} = 140^\circ$ و $\widehat{TB} = 60^\circ$ است و MT بر دایره مماس است)</p>	۱/۵
	«ادامه سوالات در صفحه بعد»	
	صفحه ۱ از ۲	



ردیف	سوالات صفحه دوم (استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است)	نمره
۹	ثابت کنید تجانس، شیب خط را حفظ می کند. (حالتی را در نظر بگیرید که مرکز تجانس روی پاره خط قرار ندارد و $k > 1$)	۱/۲۵
۱۰	نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط L است. اگر $AA' = 16$ و نقطه O روی خط L و $OA = 10$ باشد، تعیین کنید فاصله نقطه A از خط OA' چقدر است؟	۱/۲۵
۱۱	اگر دو شهر A و B در دو طرف رودخانه باشند و بخواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد، محل احداث پل را کجا در نظر بگیریم که مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد؟	۱/۲۵
		
۱۲	ثابت کنید دوران تبدیلی طولی است. (اثبات را در حالتی بیان کنید که مرکز دوران O بر پاره خط AB و امتداد آن واقع نباشد و زاویه دوران، از زاویه \widehat{AOB} بیشتر باشد.)	۱/۵
۱۳	طول میانه وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع زاویه قائمه ۱ سانتی متر و ۲ سانتی متر کدام است؟	۰/۵
	<p>(۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{4}$</p>	
۱۴	با فرض حاده بودن زوایای مثلث ABC ، ثابت کنید:	۱/۲۵
	$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$	
۱۵	اضلاع مثلثی ۳، ۵ و ۷ می‌باشند؛ اندازه زاویه مقابل به بزرگترین ضلع این مثلث را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۶	در مثلث ABC ، نقطه M وسط ضلع BC است. MP و MQ به ترتیب نیمسازهای زوایای AMC و AMB هستند. ثابت کنید: $PQ \parallel BC$.	۱/۵
		
۱۷	طول سه ارتفاع مثلثی با اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
	« موفق باشید »	۲۰
	صفحه ۲ از ۲	



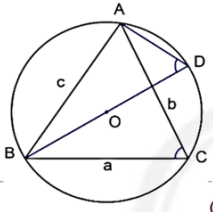
ردیف	*راهنمای تصحیح - صفحه اول*				نمره
۱	الف) $\frac{4\pi}{3}$ (ص ۱۲)	ب) ۲۰ (ص ۳۰)	پ) انتقال (ص ۴۲)	ت) $ K > 1$ (ص ۴۶)	هرمورد ۰/۲۵
۲	الف) درست (ص ۲۸)	ب) درست (ص ۱۳)	پ) نادرست (ص ۴۷)	ت) درست (ص ۷۴)	هرمورد ۰/۲۵
۳	$\begin{cases} OA = OB = R \quad (۰/۲۵) \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ OH = OH \quad (۰/۲۵) \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و ضلع}} \Delta OAH \cong \Delta OBH \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow AH = BH \quad (۰/۲۵) \text{ و } \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad (۰/۲۵) \rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BD} \quad (۰/۲۵)$				۱/۵
۴	<p>شعاع OB را رسم می‌کنیم:</p> $OA = OB \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \quad (۰/۲۵)$ $\hat{O}_1 = 2\hat{A}_1 \quad (۰/۲۵) \text{ زاویه خارجی است}$ $\hat{O}_1 = \hat{D}_1 \quad (۰/۲۵) \text{ زاویه مرکزی است}$ <p>پس: $\hat{D}_1 = 2\hat{A}_1 \rightarrow \hat{A}_1 = \frac{1}{2}\hat{D}_1 \quad (۰/۲۵)$</p>				۱
۵	<p>الف) داریم: $\hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ$</p> $\begin{cases} OT = OT' = R \quad (۰/۲۵) \\ OM = OM \quad (۰/۲۵) \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و ضلع}} \Delta OTM \cong \Delta OT'M$ $\Rightarrow MT = MT' \quad (۰/۲۵)$ <p>ب) چون دو مثلث هم‌نهشت‌اند؛ پس: $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ و در نتیجه OM نیمساز \hat{M} است. (۰/۲۵)</p>				۱
ادامه راهنما در صفحه بعد					
صفحه ۱ از ۵					

ردیف	*راهنمای تصحیح- صفحه دوم*	نمره
۶	<p>روش اول: عمودمنصف BC دایره را در D قطع می کند. پس: $BD = CD$ (۰/۲۵)</p> <p>در نتیجه: $\widehat{BD} = \widehat{CD}$ (۰/۲۵) یعنی $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین نیمساز و عمودمنصف روی دایره همدیگر را قطع کرده اند. (۰/۲۵)</p> <p>روش دوم: فرض می کنیم نیمساز زاویه A دایره محیطی مثلث ABC را در D قطع می کند. (۰/۲۵)</p> <p>اکنون باید نشان دهیم عمودمنصف ضلع BC نیز از D می گذرد. (۰/۲۵)</p> <p>AD نیمساز زاویه A است. پس: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (۰/۲۵) در نتیجه: $\widehat{BD} = \widehat{CD}$. پس: $BD = CD$. (۰/۲۵)</p> <p>یعنی D از دو سر پاره خط BC به یک فاصله است. لذا D روی عمودمنصف ضلع BC است و حکم ثابت است. (۰/۲۵)</p> <p>۲۹ص</p>	۱
۷	<p>دایره محیطی: $R = 10 \rightarrow S = 100\pi$ (۰/۲۵)</p> <p>دایره محاطی: $r = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} \rightarrow S = 75\pi$ (۰/۵)</p> <p>$S' = 100\pi - 75\pi = 25\pi$ (۰/۲۵)</p> <p>۳۰ و ۲۳ص</p>	۱
۸	<p>$9x = 6(x+2)$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = 4$</p> <p>$(3\sqrt{5})^2 = y(y+6+6)$ (۰/۲۵) $\rightarrow 45 = y^2 + 12y$</p> <p>$y^2 + 12y - 45 = 0 \rightarrow (y+15)(y-3) = 0 \rightarrow y = 3$ (۰/۵) $\rightarrow z = \frac{140 - 60}{2} = 40^\circ$ (۰/۲۵)</p> <p>۱۹ و ۱۸ و ۱۶ص</p>	۱/۵
۹	<p>مرکز تجانس روی پاره خط AB نیست. در این حالت مطابق شکل A' و B' مجانس های A و B هستند:</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> <p>$\begin{cases} OA' = k.OA \\ OB' = k.OB \end{cases} \rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = k$ (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>بنا به عکس قضیه تالس $\rightarrow AB \parallel A'B'$ (۰/۲۵) $\rightarrow m_{AB} = m_{A'B'}$ (۰/۲۵)</p> <p>۴۶ص</p>	۱/۲۵
	ادامه راهنما در صفحه بعد	
	صفحه ۲ از ۵	

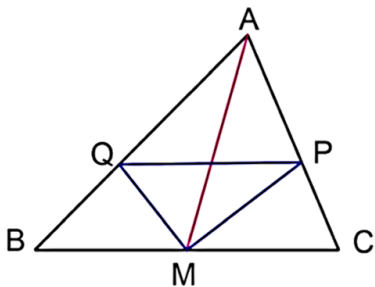


ردیف	راهنمای تصحیح - صفحه سوم*	نمره
۱۰	<p>راه‌حل اول:</p> <p>مطابق شکل و طبق ویژگی بازتاب $AH = A'H = ۸$</p> <p>در مثلث قائم‌الزاویه OAH داریم:</p> $۱۰^۲ = ۸^۲ + OH^۲ \rightarrow OH = ۶ \quad (۰/۲۵)$ <p>$S_{\triangle OAA'} = \frac{AA' \times OH}{۲} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$S_{\triangle OAA'} = \frac{OA' \times AH'}{۲} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \frac{۱۶ \times ۶}{۲} = \frac{۱۰ \times AH'}{۲} \rightarrow AH' = \frac{۴۸}{۱۰} = ۹/۶ \quad (۰/۲۵)$</p> <p>راه‌حل دوم:</p> <p>مطابق شکل و طبق ویژگی بازتاب $AH = A'H = ۸$ و می‌دانیم محور بازتاب عمودمنصف AA' است؛ پس $OA = OA' = ۱۰$ و $OH = ۶$ (۰/۲۵) و طبق قضیه فیثاغورس داریم: $OH = ۶$ (۰/۲۵)</p> <p>حال دو مثلث OHA' و $AH'A'$ متشابهند (۰/۲۵) زیرا $\hat{A}' = \hat{A}'$ و $\hat{H} = \hat{H}' = ۹۰^\circ$</p> <p>پس:</p> $\frac{AA'}{OA'} = \frac{AH'}{OH} \rightarrow \frac{۱۶}{۱۰} = \frac{AH'}{۶} \rightarrow AH' = ۹/۶ \quad (۰/۲۵)$ <p>ص ۴۳</p>	۱/۲۵
۱۱	<p>نقطه B را تحت برداری مساوی عرض رودخانه و عمود بر راستای رودخانه در جهت شهر A به نقطه B' انتقال می‌دهیم سپس از B' به A وصل می‌کنیم، تا نقطه M به دست آید. (۰/۵)</p> <p>از نقطه M بر رودخانه عمود می‌کنیم تا نقطه N به دست آید، محل احداث پل MN به دست می‌آید. (۰/۲۵)</p> <p>$AMB'B$ کوتاه‌ترین مسیر است. (۰/۲۵)</p> <p>$مسیر AMB'B = AM + MB' + BB' \xrightarrow{MB'=NB} AM + NB + MN = AMNB$ (۰/۲۵)</p> <p>ص ۵۳</p>	۱/۲۵
	ادامه راهنما در صفحه بعد	
	صفحه ۳ از ۵	



ردیف	*راهنمای تصحیح- صفحه چهارم*	نمره
۱۲	<p>ص ۴۱ با توجه به شکل داریم:</p> $\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 \quad (0/25) \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad (0/25)$ $\begin{cases} OA = OA' \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad (0/5) \rightarrow \Delta OAB \cong \Delta OA'B' \quad (0/25) \\ OB = OB' \end{cases}$ $\rightarrow AB = A'B' \quad (0/25)$	۱/۵
۱۳	<p>ص ۶۷ گزینه ۲ درست است. (یعنی: $\frac{\sqrt{5}}{2}$)</p> <p>ص ۶۱ قطر BD را رسم می کنیم.</p>	۰/۵
۱۴	 $\hat{C} = \hat{D} = \frac{\widehat{AB}}{2} \quad (0/25) \rightarrow \text{Sin} \hat{C} = \text{Sin} \hat{D} \quad (0/25) \quad (1)$ $\Delta ABD (\hat{A} = 90^\circ): \text{Sin} \hat{D} = \frac{c}{2R} \xrightarrow{(1)} \frac{c}{\text{Sin} \hat{C}} = 2R \quad (0/25)$ <p>به طور مشابه (با وصل کردن هر یک از دو رأس دیگر به مرکز دایره و رسم قطرهای گذرنده از آن نقاط) خواهیم داشت: (۰/۲۵)</p> $\frac{a}{\text{Sin} \hat{A}} = 2R, \quad \frac{b}{\text{Sin} \hat{B}} = 2R \quad (0/25)$	۱/۲۵
۱۵	<p>ص ۶۵: با توجه به مباحث ص ۶۵ روش اول- (به کمک رابطه کسینوس ها) داریم:</p> $7^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \times 3 \times 5 \text{Cos} \theta \quad (0/5) \rightarrow 49 = 25 + 9 - 30 \text{Cos} \theta \quad (0/25)$ $\text{Cos} \theta = \frac{-1}{2} \quad (0/25) \rightarrow \theta = 120^\circ \quad (0/25)$ <p>ص ۶۵: با توجه به مباحث صفحات ۷۱ و ۷۲ روش دوم- (به کمک دستور هرون) داریم:</p> $2P = 15 \rightarrow P = \frac{15}{2} \quad (0/25): S = \sqrt{\frac{15}{2} \times \frac{9}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{15\sqrt{3}}{4} \quad (0/25)$ $S = \frac{1}{2}(3)(5) \text{Sin} \theta = \frac{15 \text{Sin} \theta}{2} \quad (0/25) \rightarrow \frac{15 \text{Sin} \theta}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4} \rightarrow \text{Sin} \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (0/25)$ $\rightarrow \theta = 120^\circ \quad (0/25)$ <p>چون $7^2 < 5^2 + 3^2$ پس $90^\circ < \theta < 180^\circ$ لذا: $\theta = 120^\circ$.</p>	۱/۲۵
	ادامه راهنما در صفحه بعد	
	صفحه ۴ از ۵	



ردیف	*راهنمای تصحیح - صفحه پنجم*	نمره
۱۶	 <p> MP نیمساز AMC : $\frac{AM}{MC} = \frac{AP}{PC}$ (۰/۵) MQ نیمساز AMB : $\frac{AM}{MB} = \frac{AQ}{QB}$ (۰/۵) اما $MB = MC$ پس: $\frac{AP}{PC} = \frac{AQ}{QB}$ (۰/۲۵) لذا طبق عکس قضیه تالس: $PQ \parallel BC$ (۰/۲۵) </p>	۱/۵
۱۷	<p> $2P = 13 + 14 + 15 = 42 \rightarrow P = 21$ (۰/۲۵) $s = \sqrt{21 \times 6 \times 7 \times 8} = 84$ (۰/۲۵) </p> <p>اکنون بنابر دستور محاسبه مساحت مثلث داریم:</p> <p> $h_a = \frac{2s}{a} = \frac{2 \times 84}{13} = 12\frac{9}{13}$ (۰/۲۵) $h_b = \frac{2s}{b} = \frac{2 \times 84}{14} = 12$ (۰/۲۵) $h_c = \frac{2s}{c} = \frac{2 \times 84}{15} = 11\frac{2}{3}$ (۰/۲۵) </p>	۱/۲۵
۲۰	<p>« با تشکر از همکاران گرامی »</p>	
	صفحه ۵ از ۵	

